Montessorimaterial zum Quadrieren und Quadratwurzelziehen

Um mit dem Material zum Quadrieren bzw. Quadratwurzelziehen arbeiten zu können, sind natürlich einige Vorerfahrungen notwendig. Es handelt sich also um kein Material für die Freiarbeit der ersten Schulwoche. Allerdings beginnen diese Erfahrungen bereits in den ersten Wochen: Die farbigen Perlenstäbchen, das Stecken oder Legen von Mustern, die Arbeit an Mengen mit dem goldenen Perlenmaterial, die Stellenwerte und ihre Farben, u.v.m. Unter dem Punkt „Vorbereitende Schritte zum Quadrieren“ werden diese Materialien aber nur kurz angesprochen und wird vorausgesetzt, dass sie den Kindern bereits bekannt sind.

All die nun beschriebenen vorbereitenden Schritte sollen natürlich klar dargeboten und gut vorbereitet werden, und zwar von jemandem der um die Zusammenhänge und die Möglichkeiten des Montessori-Arbeitsmaterials Bescheid weiß. Als LehrerIn ist man jedoch auch oft versucht Erkenntnisse vorweg zu nehmen, etwas zu erklären. Was mir daher wichtig erscheint, besonders bei der Arbeit mit hochbegabten SchülerInnen: Die Kinder sollen selbst Entdeckungen machen können!

Auch muss klar sein, dass sich die SchülerInnen den einzelnen Schritten sehr unterschiedlich widmen werden. Manche werden viele Binome mit Begeisterung legen, kleben, beschriften oder berechnen und manchen mag das dargebotene Beispiel ausreichen um bereit für den nächsten Schritt zu sein. Die Anweisungen in der Arbeitskartei sollten daher für diese Kinder offener gestaltet sein. Bsp.: Anstatt eine bestimmte Anzahl von Rechenbeispielen zu verlangen genügt nach einer Darbietung bzw. einem Musterbeispiel vielleicht auch der Hinweis: „Finde eigene Rechnungen!“

Vorweg noch der Hinweis, dass es bei all diesen Arbeiten nicht darum geht die Fertigkeit des Quadrierens möglichst früh, rasch, sicher und richtig zu erwerben. Das Montessori-*Entwicklungsmaterial* ist nicht in erster Linie ergebnisorientiert. Es verhilft zu vertiefenden Einsichten in die Grundlagen der Mathematik und zeigt Zusammenhänge auf. Es soll Kindern, die einen speziellen Hang zur Mathematik haben, „Futter“ bieten und einfach Freude bereiten. Wenn am Schluss auch die Ergebnisse stimmen, motiviert das noch einmal besonders.

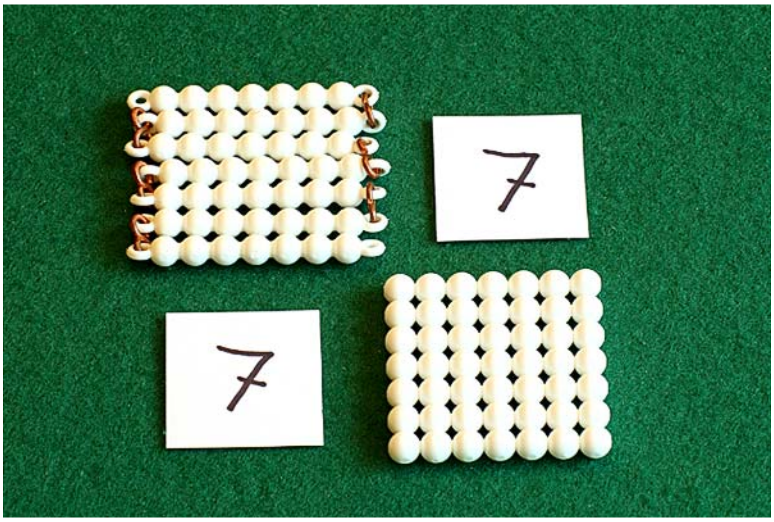
1. Vorbereitende Schritte zum Quadrieren

Die Überschrift ist ein wenig irreführend. Natürlich wird bereits bei diesen „vorbereitenden“ Schritten zum Quadrieren richtig quadriert. Die Vorbereitung bezieht sich auf die Arbeit mit dem Material „Großes Wurzelbrett“. Dieses Brett kann sowohl zum Quadrieren als auch zum Wurzelziehen verwendet werden.

Beides sind schließlich zwei verschiedene Seiten derselben Sache, und entsprechend ist auch meine Arbeitskartei „Kartei zum Quadrieren und Quadratwurzelziehen“ gestaltet. Ich nähere mich nun von der Seite des Quadrierens.

1.1. Quadratketten und Quadrate

Die Kinder haben bereits mit dem Kettenkasten gearbeitet. Ihnen sind die Quadratketten, besonders die Hunderterkette, und die Kubikketten, besonders die Tausenderkette, vertraut. Wiederholt haben sie die Perlen dieser Ketten gezählt, indem sie Pfeilkärtchen angelegt haben. Das Kärtchen für die jeweils letzte Perle jeder Kette ist durch seine Größe besonders hervorgehoben. So lernen die Kinder schon früh die Quadrat- bzw. Kubikzahlen von 1-10 kennen, ohne sie vielleicht noch als solche zu benennen. Natürlich kann aber auch bereits bei der Einführung der Arbeit mit den Ketten auf Name und Bedeutung eingegangen werden.



Wird die Quadratkette entsprechend aufgelegt (siehe Bild) so ergibt sich ein Quadrat mit der Seitenlänge n. Dazu passend findet sich im Kettenkasten ein Perlenquadrat gleicher Größe.

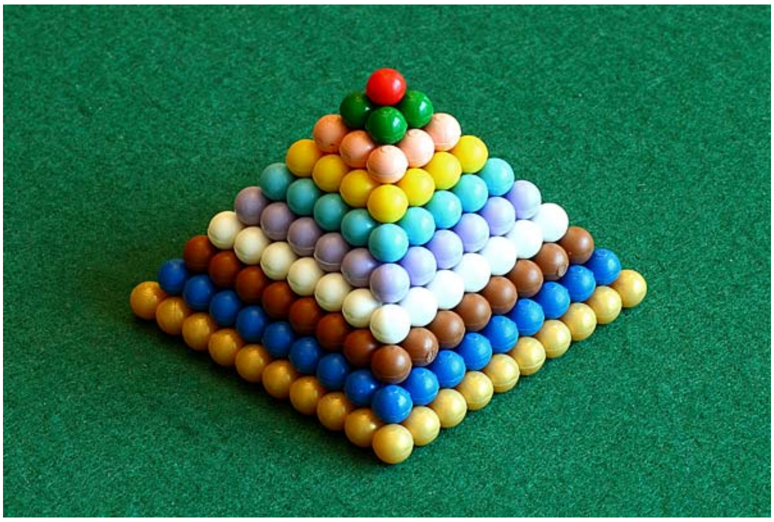
In weiterer Folge legen die Kinder auch die andren Ketten zu Quadraten, ordnen die Perlenquadrate zu und verschriftlichen diese Arbeiten, indem sie die Rechnungen aufschreiben: 1 x 1 = 1, 2 x 2 = 4, 3 x 3 = 9, …

Daraus ergibt sich die Tabelle:

n	**n2**
1	1
2	4
3	9
…	

Nun könnte folgender Arbeitsauftrag erfolgen:

> *„Baue mit den Quadraten eine Pyramide. Berechne wie viele Perlen die Pyramide enthält.“ Oder „ … was könntest du berechnen?“*



1.2. Binome

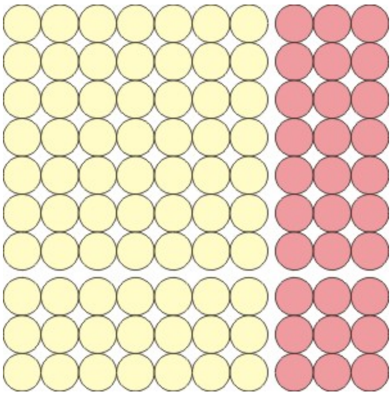
> *Ein Binom (lat. bi, zwei; nomen, Name) ist in der Mathematik ein Polynom mit zwei Gliedern, genauer: Ein Binom ist Summe oder Differenz zweier Monome.*

Für unsere Anwendung hier vereinfacht ausgedrückt: Aus 2 Zahlen (Perlenstäbchen) wird ein Quadrat gebildet.

Dafür werden die farbigen Perlenstäbchen, die Quadrate aus dem Kettenkasten und die Flächen vom „Pythagorasmaterial“ oder „Dekanomischen Quadrat“ benötigt.

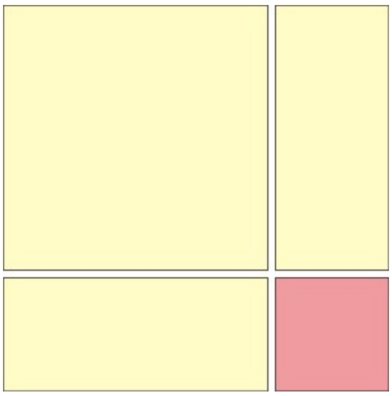
Es gilt, aus den Stäbchen 7 und 3 ein Quadrat zu machen: $(7+3)^2$

Dafür werden die beiden Perlenstäbchen nebeneinander aufgelegt.



Um daraus ein Quadrat machen zu können, legt man 3x das 3er Stäbchen, 3x das 7er Stäbchen, 7x das 3er Stäbchen und 7x das 7er Stäbchen auf. Bei 3x3 und 7x7 wird darauf hingewiesen, dass es dafür ja die Perlenquadrate gibt. In der Sprache der Mathematik: (7+3) x (7+3) = 3x3+3x7+7x3+7x7

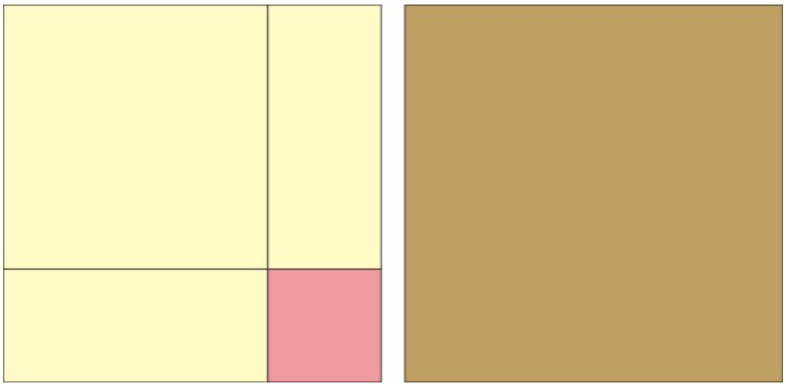
Nun liegt ein Quadrat vor. Alle vier Seiten sind gleich lang und es wurden gleich viele 7er und 3er Stäbchen verwendet.



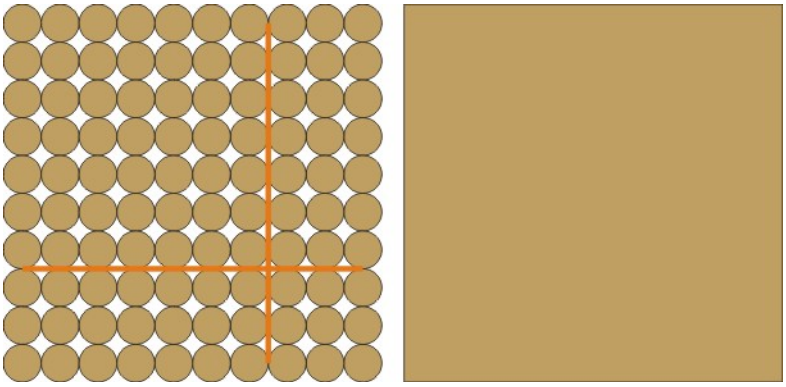
Einfacher zu legen ist mit den Flächen aus dem Pythagorasmaterial. Mit diesem haben die Kinder bereits das „Dekanomische Quadrat“ gelegt und kennen so das Kommutativgesetz, wissen also, dass 7x3 bzw. 3x7 gleich sind. (Das Pythagorasmaterial enthält die Fläche 1x3, 2x3, 3x3 nicht aber 7x3!) Ist dieser Schritt klar, so werden die weiteren Binome anstelle mit dem Perlenmaterial gleich mit dem Pythagorasmaterial gelegt.

Bevor es soweit ist, kann noch folgender Zwischenschritt angeboten werden: Durch Berechnung (addieren, multiplizieren, zählen) des soeben gelegten Binoms erhält man die Gesamtmenge, nämlich 100. 3+7=10, 10x10=100

Beweis: Die Fläche dieses Binoms ist genau so groß wie die Fläche des 10er Quadrates, also 100!



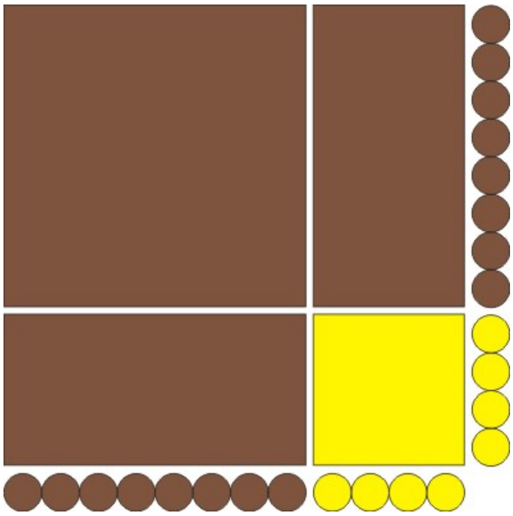
Danach kann am 100er-Perlenquadrat mit Hilfe von 2 Gummiringen das Binom nachgestellt werden.



Die Kinder können nun versuchen, mit den Gummiringen möglichst viele Binome auf dem 100er-Perlenquadrat zu finden. Diese werden dann mit dem Pythagorasmaterial nachgelegt, aus Buntpapier ausgeschnitten und aufgeklebt, berechnet, zu einem Heftchen gebunden, …

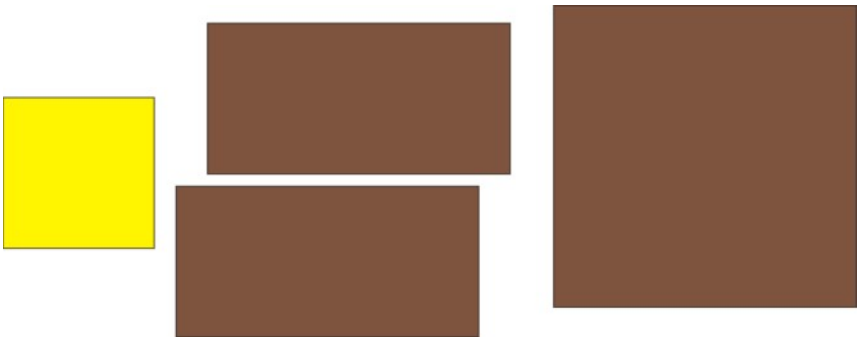
Bald entdecken die Kinder, dass man mit den Perlenstäbchen oder dem Pythagorasmaterial auch noch größere (oder kleinere) Binome bilden kann, deren Ergebnis nicht 100 ist.

Im nachfolgenden Beispiel wird ein Binom aus den Zahlen 4 und 8 gebildet:



1.3. Vertiefung für begabte MathematikerInnen

Beginnt ein Kind Wiederholungen und Regelmäßigkeiten zu entdecken, so werden möglicherweise die Teile des Binoms so geordnet werden:



Damit einhergehend werden sich auch Berechnung und Schreibweise optimieren:

4x4 + 4x8 + 4x8 + 8x8

Auf jeden Fall sollte man zuwarten und dem Kind die Chance auf Entdeckungen lassen. Legitim scheint mir, Entdeckungen zu unterstützen und dann neues anzubieten. Zum Beispiel bei der „Verfeinerung“ der Schreibweise. Das Quadratzeichen kennt das Kind schon von der Tabelle mit den Quadratzahlen.

Sinnvoll mag nun sein, auf die Schreibweise und Funktion der Klammern hinzuweisen.

Die Rechnung könnte dann folgendermaßen aussehen:

4x4 + 2x (4x8) + 8x8 =   oder $4^2 + 2(4x8) + 8^2 =$

Nachdem dieser Vorgang anhand von Zahlenbeispielen einige Male wiederholt worden ist wird wahrscheinlich die Entdeckung gemacht werden, dass die Art und Weise der Berechnung immer gleich bleibt. Man spricht von einer „Formel“. Die Zahlen ändern sich, die Berechnungsart bleibt gleich. Anstelle der Zahlen können Buchstaben verwendet werden.

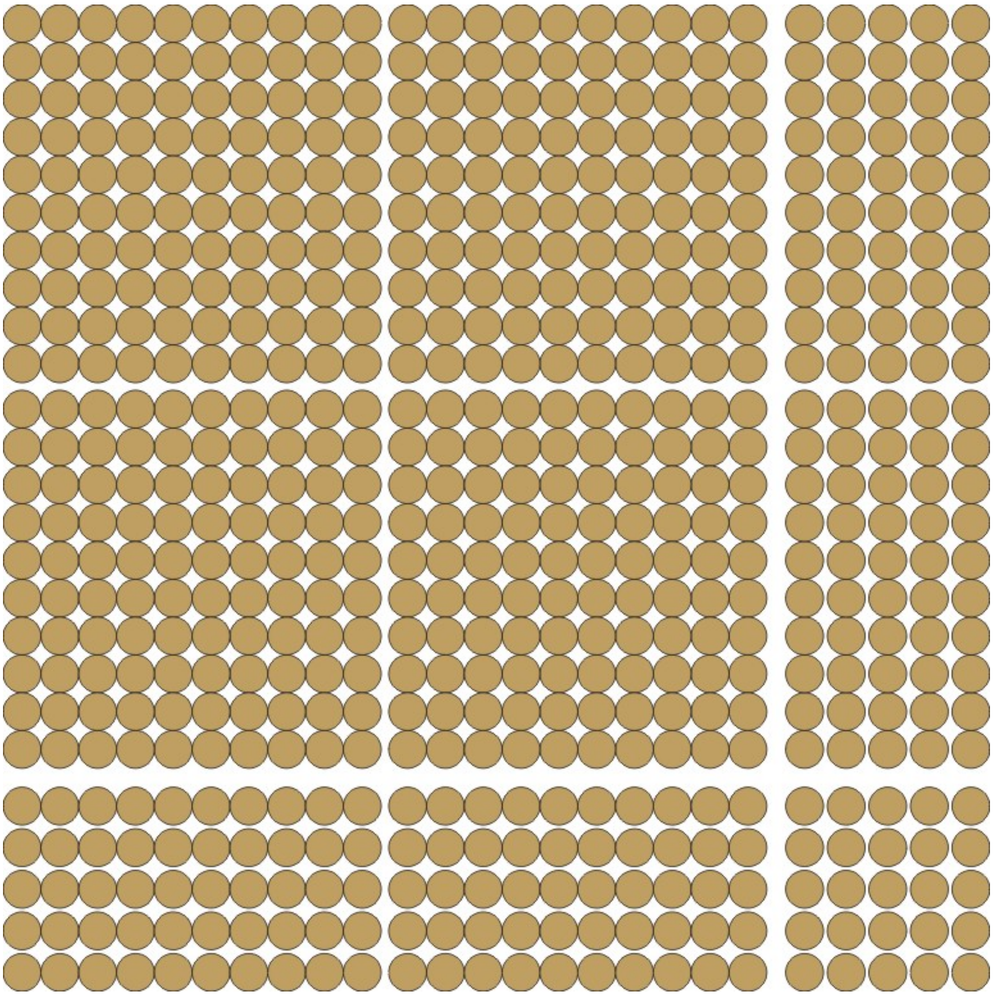
Daraus ergibt sich die Binomische Formel: $\mathbf{a^2 + 2(ab) + b^2}$

1.4. Binome im Dezimalsystem

Die Zahlen, welche das Binom bilden, können natürlich auch Zahlen unterschiedlicher Kategorien sein. Dies sei am Beispiel $(5+20)^2$ gezeigt.

Um zunächst die dabei im Spiel befindlichen Mengen konkret zu zeigen, verwendet man dafür im ersten Schritt das goldene Perlenmaterial. Das sieht dann so aus:

25



$$(5+20)^2 =$$

$$(5+20) \times (5+20) =$$

$$5x5 + 5x20 + 5x20 + 20x20 =$$

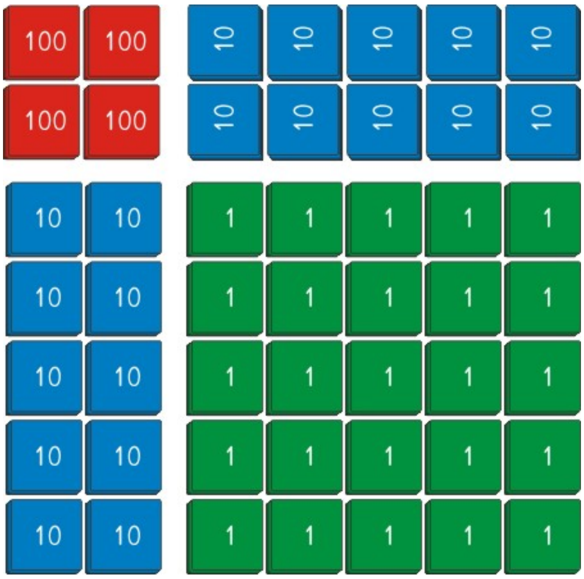
$$a^2+2(ab) + b^2$$

Anmerkung:

Ich beginne beim Quadrieren der Einer. Das Legemuster wächst so von rechts unten beginnend. Diese Reihenfolge entspricht vom Legevorgang her der Umkehrung des Legens beim Quadratwurzelziehen, bei dem mit dem höchsten Stellenwert und links oben begonnen wird. Natürlich funktioniert das Quadrieren ebenso, wenn zuerst der höchste Stellenwert quadriert wird und die Legearbeit auch beim Quadrieren links oben beginnt.

Es ist anzunehmen, dass Kinder, die auf dieser Stufe arbeiten, bereits Bekanntschaft mit dem Markenspiel gemacht haben. Beim Markenspiel wird die konkrete Menge durch ein Symbol (Farbe, Aufdruck) ersetzt. Das gleiche Beispiel sieht nun so aus:

25

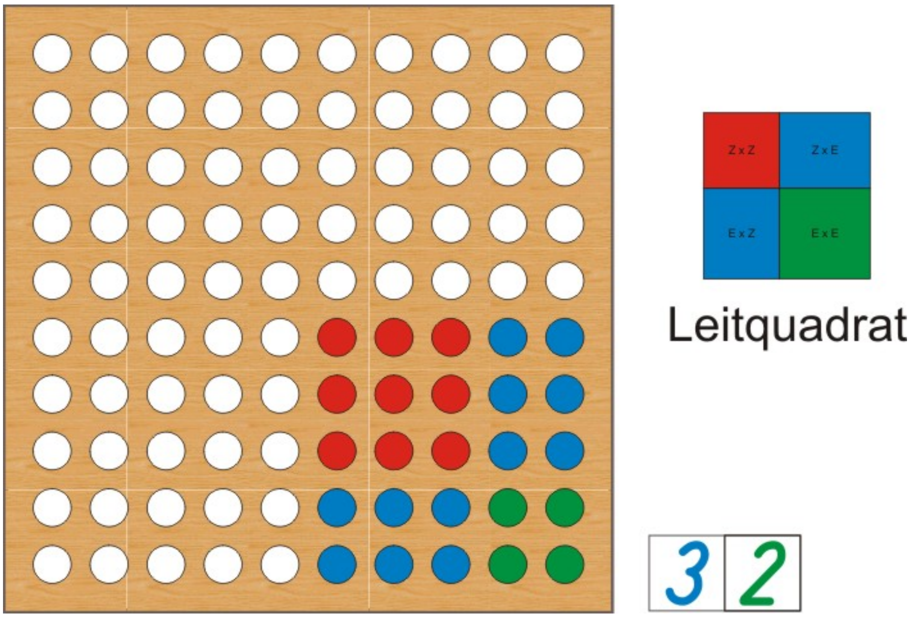


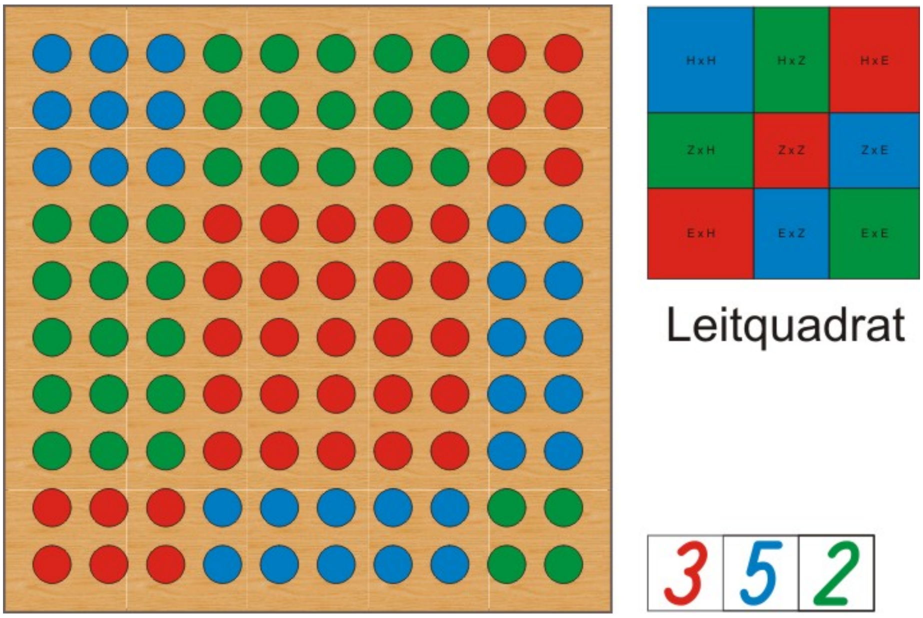
Stellt man die Arbeit mit dem goldenen Perlenmaterial dieser Arbeit mit dem Markenspiel gegenüber, so tritt sehr schön hervor, wie und warum dieses „Muster“ entsteht. In weiterer Folge wird es Leitquadrat genannt werden.

2. Quadrieren mit dem Steckbrett

Kann bereits mit dem Markenspiel quadriert werden, so sind die Grundlagen gelegt. Die Arbeit mit dem Steckbrett selbst bringt eigentlich nichts Neues mehr. Aus den 2stelligen Zahlen können noch 3- oder 4stellige gemacht werden. Entsprechend liegen Leitquadrate [1] vor, die dann bei den komplexen Mustern Orientierung geben.

[1] Siehe den Punkt Gebrauch der Leitquadrate beim Wurzelziehen





Die Leitquadrate helfen dabei festzustellen, welche Stellenwerte sich durch das Quadrieren ergeben: Zehner x Zehner ergibt Hunderter, also rote Stecker, Zehner x Hunderter ergibt Tausender, also grüne Stecker, …

Das Ergebnis wird ermittelt, indem die gleichwertigen Stecker addiert werden. Achtung! Es gibt grüne Einer und grüne Eintausender, blaue Zehner und blaue Zehntausender, rote Hunderter und rote Hunderttausender, … Begonnen wird bei der Kategorie der Einer. Bei Zehnerüberschreitungen werden 10 Stecker in einen nächst höherer Kategorie getauscht.

Das Ergebnis ist die **Quadratzahl**, die Ausgangszahl ist die **Quadratwurzel** davon.

3. Vorbereitende Schritte zum Quadratwurzelziehen

3.1. Einführung des Wurzelzeichens

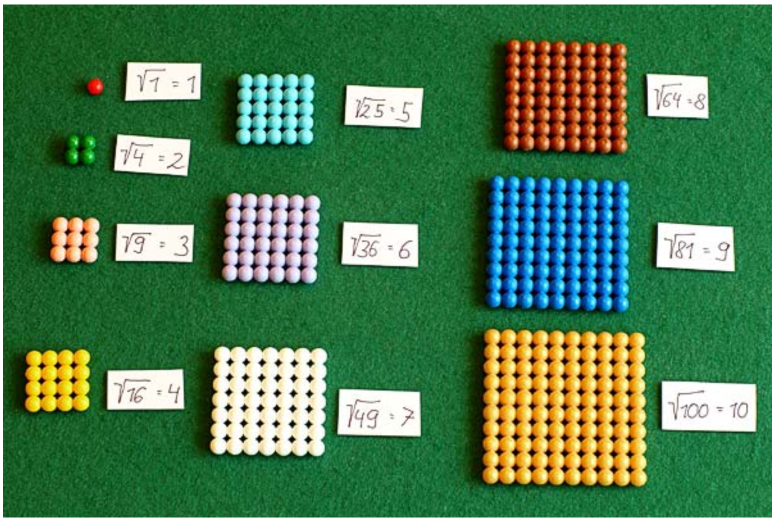
Klaus Kaul stellt in seinem Handbuch eine recht originelle Idee zur Einführung des Wurzelziehens vor. Er „pflanzt“ die bereits vorgestellten Perlenquadrate in einen Blumentopf und erweckt dabei den Anschein, als seien die Quadrate neben der Pflanze aus der Erde gewachsen. Auch das Wurzelzeichen wird vorgestellt, indem es mit sehr „erdigem“ in Verbindung gebracht wird. Dabei entsteht bei den Kindern ein einprägsames Bild.

> *„Das Zeichen kommt vom lateinischen Wort radix, (ins Deutsche übersetzt Wurzel) und dessen Anfangsbuchstabe wurde somit das mathematische Zeichen für das Wurzelziehen. Die Kinder verbinden dieses Bild häufig mit dem Rettich (Bayrisch: Radi), einer Karotte oder anderen Wurzelgemüsen.“* [1]

Anmerkung: *Die Zahl aus der die Wurzel gezogen werden soll bezeichnet man übrigens als „Radikand“.*

[1] Kaul, 2004, S.11

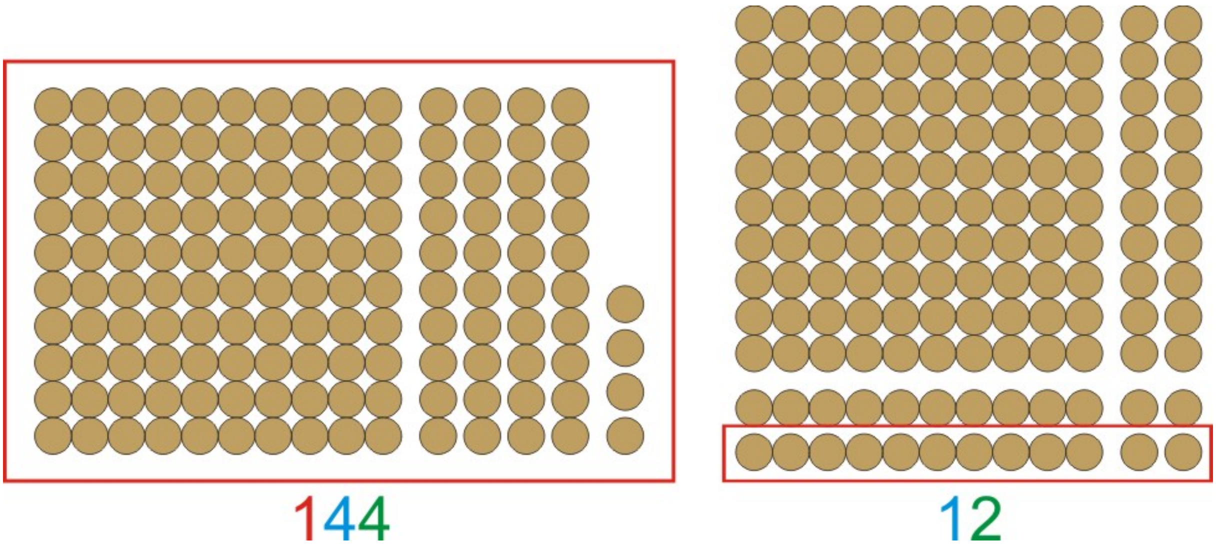
Die Perlenquadrate und ihre Werte wurden bereits beim Quadrieren besprochen. In Verbindung mit dem Wurzelzeichen kommen sie nun wieder zum Einsatz – diesmal „anders herum“.



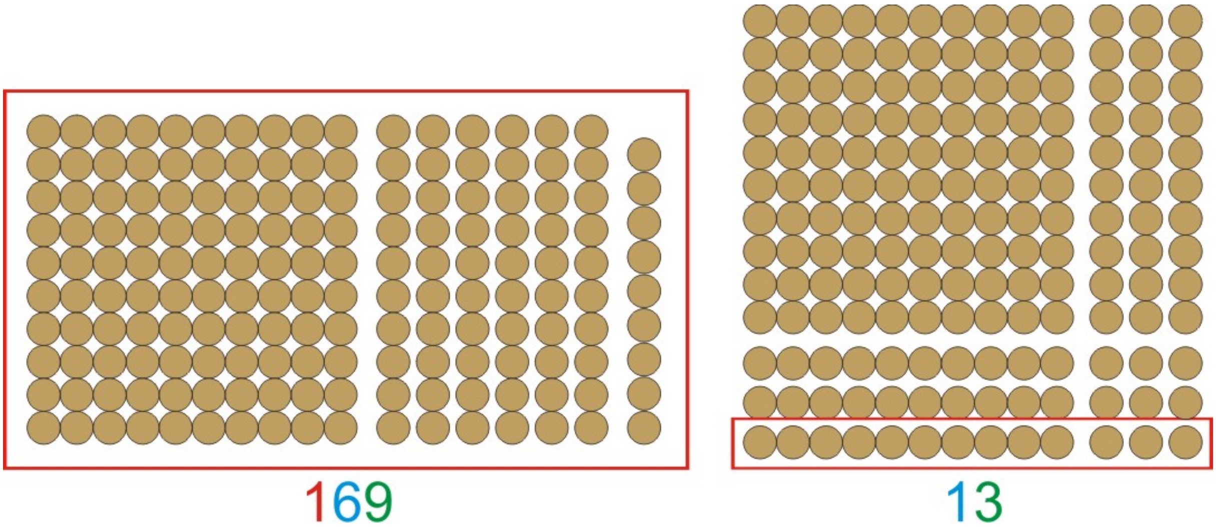
3.2. Ablesen der Wurzel

Die Kinder haben bereits vielfältige Erfahrungen mit dem goldenen Perlenmaterial, auch in Verbindung mit dem Quadrieren. Sie können also bereits Binome mit den Platten, Stäbchen und Perlen bilden. Für die Einführung des Ablesens der Wurzel von einem Binom wählt man also zunächst Radikanden die sich problemlos und ohne Kategorienwechsel als Binom auflegen lassen.

Dafür eignen sich die Zahlen: 144 (12), 169 (13) besonders gut:



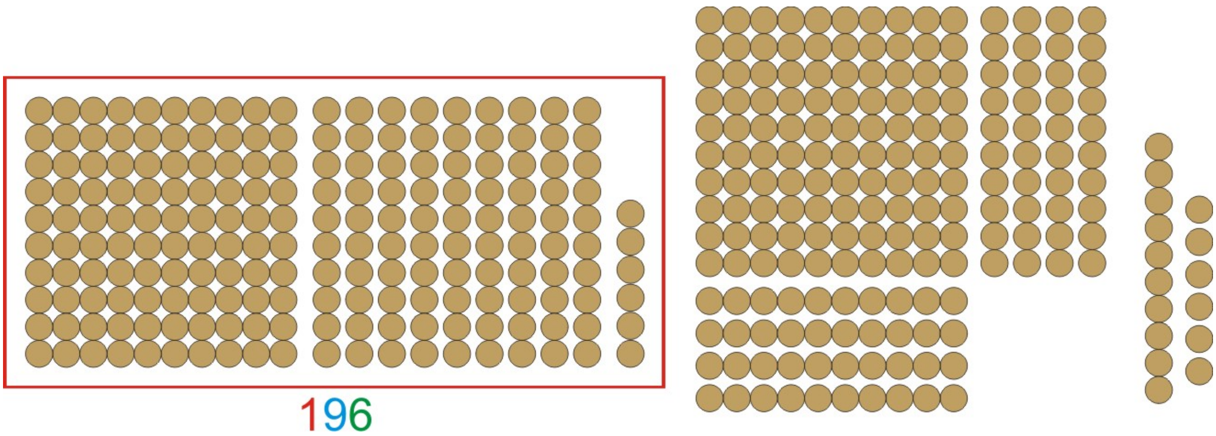
Das Ergebnis, die Wurzel, wird an einer Seite des Quadrats abgelesen.



Mit den Zahlen 484 (22) und 961 (31) geht’s ebenso!

Als nächster Schritt wird ein Radikand vorgeschlagen, bei dem es nicht so glatt geht.

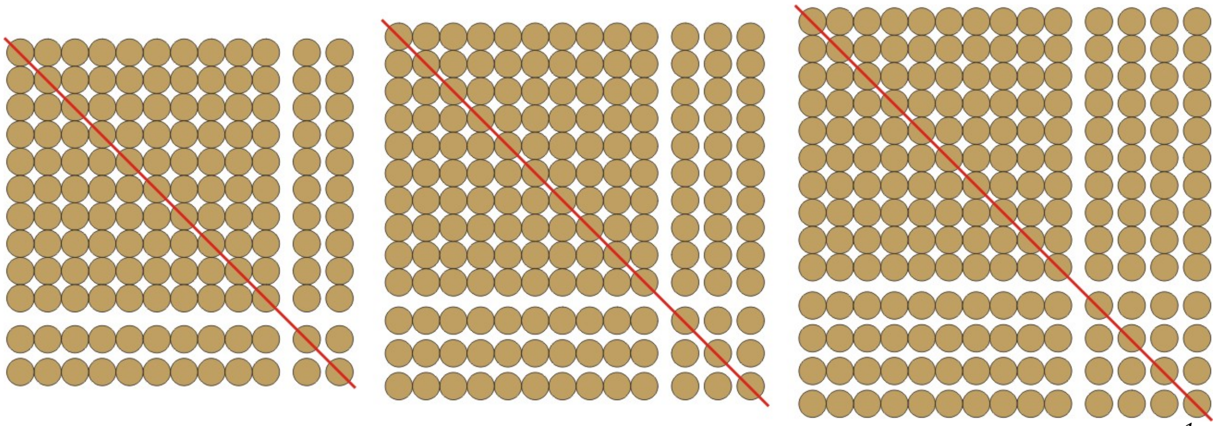
3.3. Wurzelziehen mit Umtauschen in den Kategorien



Der neunte Zehner kann nicht mehr angelegt werden. (Auf der anderen Seite würde ja sonst einer fehlen!) Um in diesem Fall das Quadrat bilden zu können, muss er in Einer umgetauscht werden. Mit den bereits vorhandenen 6 Einern ergibt das nun 16 Einer. Die passen wunderbar in die noch fehlende Ecke. Das Ergebnis wird also 14 sein.

3.4. Vertiefung für begabte MathematikerInnen

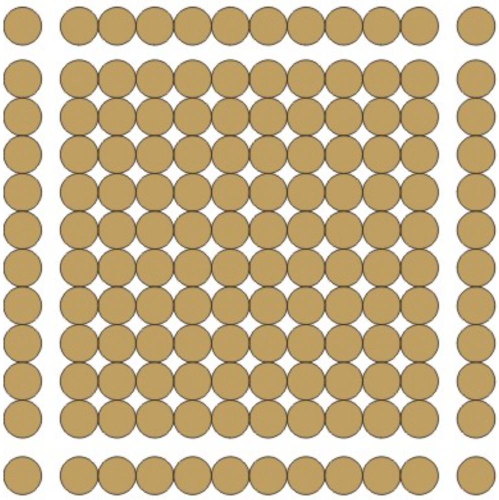
Klaus Kaul wurde von einem Kind auf folgendes aufmerksam gemacht:

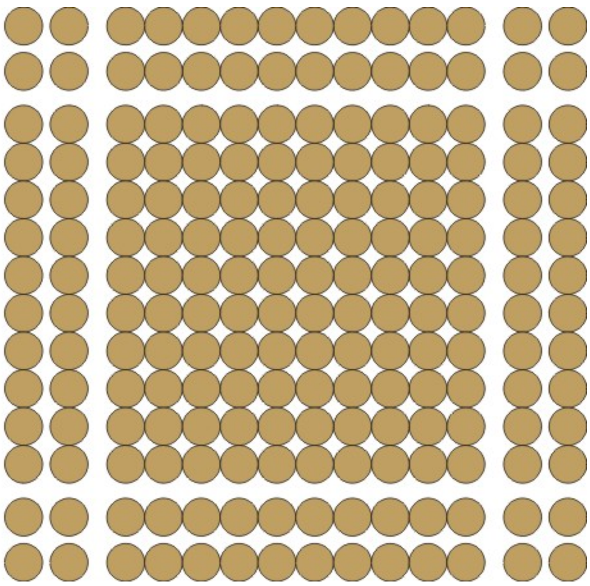


Das Ergebnis kann auch auf der Diagonale des Quadrates abgelesen werden! [1]

Sicherlich eine tolle Entdeckung, die man einem Kind nicht nehmen sollte, indem man sie vorwegnimmt. Vertretbar wäre vielleicht noch die Frage: „Kann das Ergebnis wirklich nur an der Basis (an einer Seite) des Quadrates abgelesen werden?“ …. Oder in einer ähnlichen Formulierung.

Beim Bauen der Binome könnte bei manchem Querdenker auch das entstehen:





Auch so kann das richtige Ergebnis abgelesen werden! Expertenfrage: Bei welchen Radikanden noch und warum?

[1] Kaul, 2004, S.12

3.5. Gebrauch der Leitquadrate beim Wurzelziehen

Die Leitquadrate helfen bei der Bestimmung der Anzahl der Ergebnisstellen.

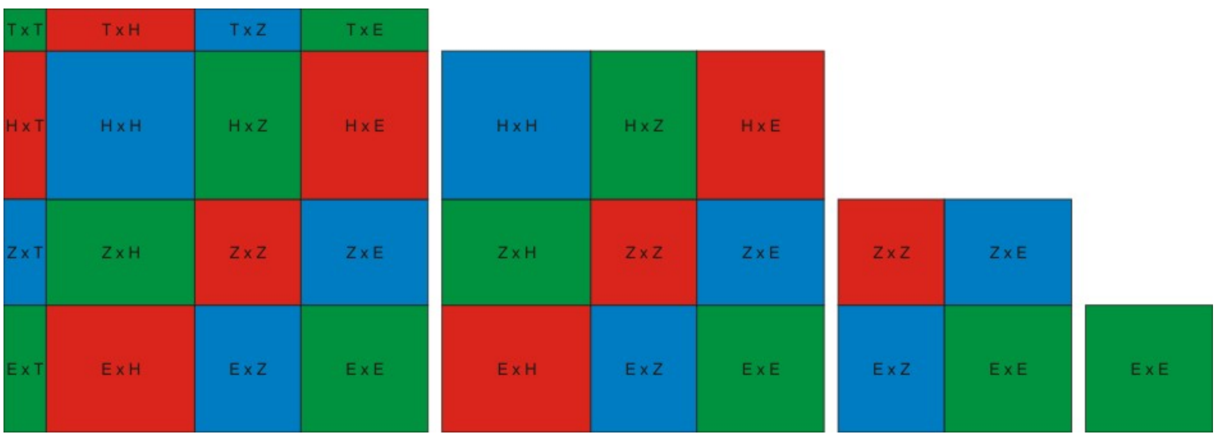
Ist der Radikand

- 1-2stellig (also ab 1 oder 1x1) ist die Wurzel 1stellig
- 3-4stellig (also ab 100 oder 10x10) ist die Wurzel 2stellig
- 5-6stellig (also ab 10.000 oder 100x100) ist die Wurzel 3stellig
- 7-8stellig (also ab 1.000.000 oder 1.000x1.000) ist die Wurzel 4stellig
- …

Man könnte die Bestimmung der Ergebnisstellen auch auf folgenden Leitsatz reduzieren: Bei einem mehrstelligen Radikanden wird dieser in Zweiergruppen eingeteilt, beginnend beim Einer. Die Anzahl der (begonnenen) Zweiergruppen gibt an, wie viele Stellen im Ergebnis vorkommen.

Bsp.: $\sqrt[2]{12'39'04} = \ldots$ $\sqrt[2]{5'29} = ..$

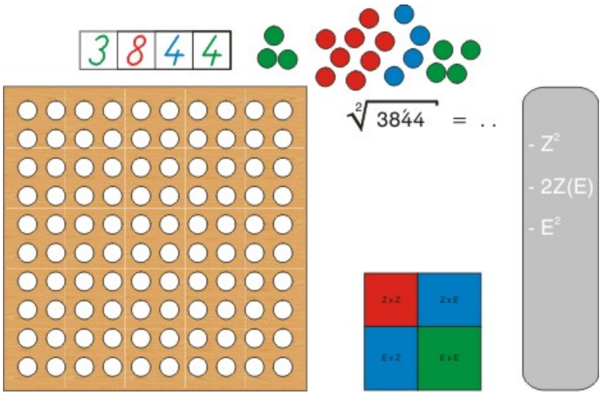
Je nach Anzahl der Stellen wird also das Leitquadrat 1, 2, 3 oder 4 gewählt. Für Zahlen mit noch mehr Stellen müssten weitere Leitquadrate angefertigt werden. Das wäre ja für den einen oder anderen vielleicht eine herausfordernde Aufgabe?



Leitquadrat 4 Leitquadrat 3 Leitquadrat 2 Leitquadrat 1

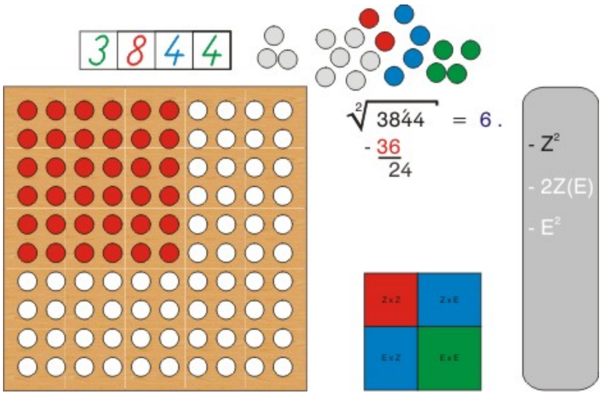
4. Wurzelziehen mit dem Steckbrett

Das Beispiel zeigt Schritt für Schritt, wie mit dem Steckbrett gearbeitet wird und parallel zum Legen die Rechnung Schritt für Schritt notiert werden kann. Die Legearbeit sollte nach der intensiven Vorbereitung für alle kein Problem mehr sein. Die Verschriftlichung kann, je nach individuellen Möglichkeiten, gleich, später oder auch gar nicht erfolgen.

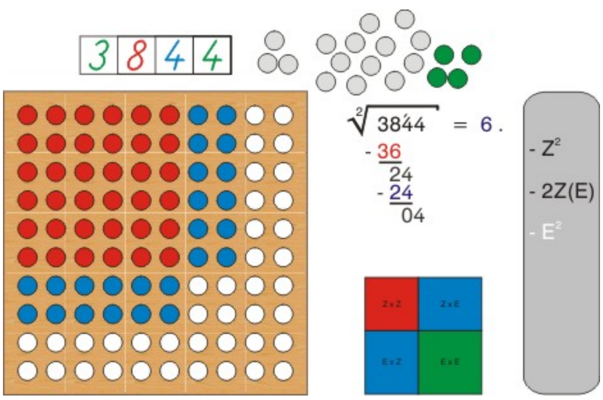


Der Radikand ist 4stellig, die Wurzel kann also höchstens 99 – also 2stellig – sein. Es wird das Leitquadrat 2 benötigt. Die Rechnung wird notiert und der Radikand, bei der Einerstelle beginnend, in 2er Gruppen aufgeteilt.

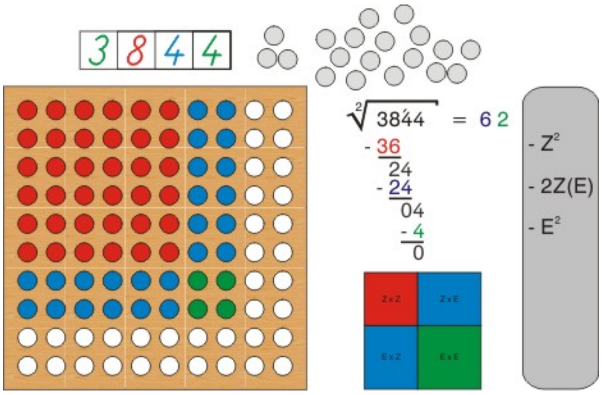
Die Stecker werden in den Stellenwertfarben vorbereitet.



Die erste Ergebniszahl muss ein Zehner sein, also wird mit dem ZxZer Quadrat (rot weil 100er) begonnen. Die grünen 1000er Stecker müssen in entsprechend viele rote 100er umgetauscht werden. Aus den nun vorhandenen 38 100ern, kann ein 6x6 Quadrat gebildet werden. <u>Notiert wird 6</u>. 2 rote 100er bleiben übrig und werden in 20 blaue 10er gewechselt. Mit den 4 vorhandenen 10ern, ergibt das nun 24.

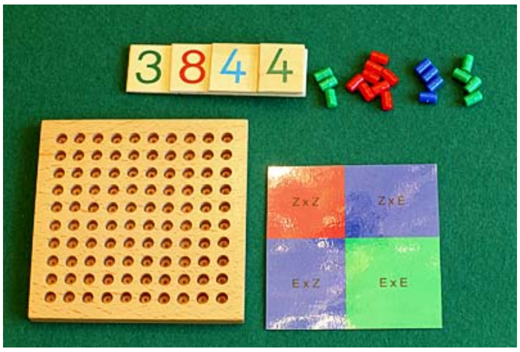


Z^2 (36 Hunderter) sind vom Radikanden bereits verteilt oder abgerechnet. Es verbleiben 24 Zehner und 4 Einer. Nun werden die Zehner verteilt und zwar gleichmäßig an den beiden Seiten des Quadrats. Fix ist die Seitenlänge (6), und dass 2x (an beiden Seiten) verteilt werden muss. Die Frage ist nun, wie oft das bei den vorhandenen 24 Zehnern möglich ist? “2x6(?)=24“. Durch das Auflegen wird klar, dass sich das 2x ausgeht.

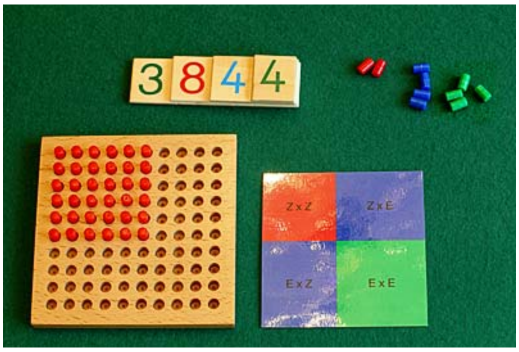


Nun sind Z^2 und 2ZE (man könnte laut Binomischer Formel auch a^2 und 2ab sagen) abgerechnet. Damit wäre die 2. Ergebniszahl, nämlich die Einerstelle, eigentlich schon klar, nämlich 2. „Glücklicherweise“ sind noch genau 4 grüne 1er Stecker übrig. Diese können zu einem grünen ExEer Quadrat mit der Seitenlänge 2 gesteckt werden. <u>Notiert wird 2</u>. Nichts bleibt übrig.

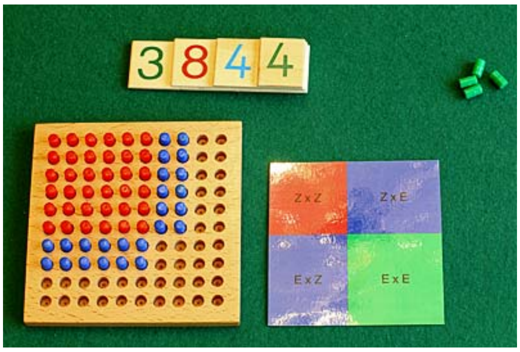
Foto-Dokumentation des Vorganges:



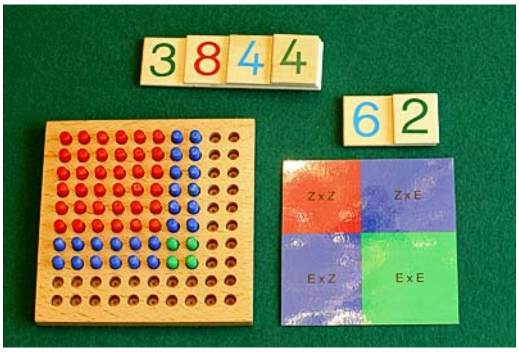
Schritt 1



Schritt 2



Schritt 3



Schritt 4

Solange sich alles derart wunderbar ausgeht, werden keine Schwierigkeiten auftreten. Hätte der Radikand jedoch zum Beispiel nur 3843 gelautet, wäre es nicht möglich gewesen das Quadrat fertig zu stellen, da ein Einer gefehlt hätte. In diesem Fall hätte man bei der Berechnung also einen Schritt zurück machen müssen, um nur eine Reihe mit Zehnern zu legen. Dann hätten die Einer gereicht.

An dieser Stelle möchte ich noch einen Kommentar von Klaus Kaul anfügen, der in seinem Handbuch einen besonderen, originellen Aspekt des Wurzelziehens anführt.

> *„Diese Auseinandersetzung mit dem Wurzelziehen hat geradezu hohen psychologischen Stellenwert: Man berechnet nach einer systematischen Struktur – rechnet richtig, um danach festzustellen, dass die Zahlen trotzdem nicht zum Endziel führen. Es muss ein Schritt zurückgegangen werden, um sich wieder dem Endziel nähern zu können. Ist es nicht wie im richtigen Leben? Auch hier erreicht man das Ziel manchmal erst auf Umwegen oder mit einigen Rückschritten.“* [1]

Wurzelziehen als Lebenshilfe, wer hätte das zu Beginn des Kapitels gedacht?

Natürlich gibt es Beispiele in sehr unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen. Die Basis für das Quadrieren und Quadratwurzelziehen sollte nun aber gelegt sein.

5. Kartei zum Quadrieren und Quadratwurzelziehen

Ich habe eine Arbeitskartei entwickelt, die die Möglichkeit bietet beide Rechenarten zu üben. Auf 20 beidseitig bedruckten A5-Karteikarten werden von 20 Radikanden (im Zahlenraum 25 bis über 9 Millionen) die Wurzeln gezogen, bzw. werden 20 Zahlen (von 5 bis über 3000) quadriert.

Die Zahlen sind so gewählt, dass kein Rest bleibt und alle Beispiele auf einem Steckbrett der Größe 10x10 gelöst werden können. Das hat den Vorteil, dass sich der Zeitaufwand beim Stecken in Grenzen hält. Außerdem sind Steckbretter der Größe 10x10 überall erhältlich, bzw. an vielen Schulen vorhanden. Lösen

[1] Kaul, 2004, S.14

die SchülerInnen jedoch in weiterer Folge Beispiele mit beliebigen Zahlen, so sollten ein großes Steckbrett und entsprechend viele Stecker bereit stehen. [1]

Der Farbcode für die Stellenwerte orientiert sich bei Steckern und Zahlen an den bei Montessori üblichen drei Farben: grün (E,T,M), blau (Z,ZT) und rot (H,HT).

Auf der einen Seite der Karteikarte befindet sich die Angabe für das Quadrieren, auf der anderen Seite die Angabe für das Wurzelziehen. So kann das Rechenergebnis der einen Seite jeweils mit der Angabe der anderen Seite verglichen und kontrolliert werden. Die Seite mit der Aufgabe zum Quadrieren hat einen blauen Rand, die Seite zum Wurzelziehen einen grünen Rand. Die Aufgabennummer ist auf beiden Seiten gleich.

Beim Quadrieren ist die Zahl in geschriebener und gesteckter Form angegeben. Beim Quadratwurzelziehen liegt der Radikand nur als Zahl vor.

Als weitere Hilfestellung ist zu jeder Aufgabe das zu verwendende Leitquadrat angegeben. Die 4 Leitquadrate liegen der Kartei ebenfalls bei.

Zusätzlich stehen 20 Lösungskarten zur Verfügung. Auf diesen befindet sich die Quadratzahl (der Radikand) und die Wurzel (bzw. die Zahl die zu quadrieren war). Das gesteckte Muster ist ebenfalls abgebildet. Weiters ist die Verschriftlichung schrittweise angegeben. Die Verschriftlichung wird begleitet von der entsprechenden Binomischen Formel.

Die Aufgaben 19 und 20 beinhalten eine besondere Schwierigkeit. Es handelt sich hier um Radikanden in deren Wurzel eine bzw. zwei Nullen vorkommen. Das bedeutet, dass einige Flächen des Leitquadrats ebenfalls nicht vorkommen! Als Hilfestellung lege ich graue Streifen bei, mit denen diese Flächen abgedeckt werden können.

---

[1] Erhältlich ist dieses Montessorimaterial unter dem Namen „Großes Wurzelbrett“ zum Beispiel bei der Firma Prüfl unter www.pruefl.com

Manche SchülerInnen werden die angebotenen Hilfestellungen (Stellenwertfarben bei den Zahlen, Leitquadrate, Abdeckstreifen, …) nicht benötigen. Für diese gibt es die Aufgaben in Form einer schlichten A4-Aufgabenkarte. Diese ist ebenfalls beidseitig bedruckt. Auf der einen Seite befinden sich wieder die 20 Aufgaben zum Quadrieren, und auf der Rückseite befinden sich die entsprechenden Aufgaben zum Wurzelziehen. Die Lösungskarten bleiben unverändert.

20 Aufgaben zum Quadrieren:		20 Aufgaben zum Quadratwurzelziehen:	
1)	5	1)	25
2)	7	2)	49
3)	23	3)	529
4)	32	4)	1024
5)	13	5)	169
6)	43	6)	1849
7)	45	7)	2025
8)	62	8)	3844
9)	352	9)	123904
10)	244	10)	59536
11)	213	11)	45369
12)	324	12)	104976
13)	212	13)	44944
14)	221	14)	48841
15)	532	15)	283024
16)	432	16)	186624
17)	2341	17)	5480281
18)	3142	18)	9872164
19)	2034	19)	4137156
20)	3030	20)	9180900
Vorderseite		Rückseite	